

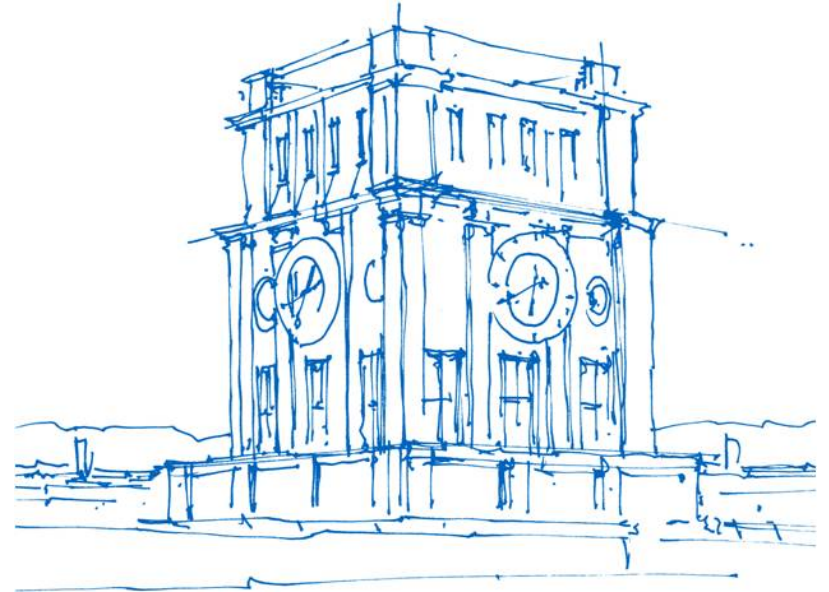
Lineare Algebra für Informatiker – Tutorium KW 18

Jeremias Bohn

Technische Universität München

Fakultät für Mathematik

Garching, 29./30. April 2021



Uhrenturm der TUM

Quiz



<https://jeremias-bohn.de/la/21/quiz/?quizid=810536698>

Untervektorraum

Sei K ein Körper und $V := K^n$ ein Vektorraum. Dann heißt $U \subseteq V$ **Unterraum von V** , falls folgendes gilt:

- U ist nicht die leere Menge (\emptyset).
- Für zwei Vektoren $v, w \in U$ gilt, dass auch $v + w \in U$.
- Für einen Vektor $v \in U$ und einem Skalar $a \in K$ gilt $a \cdot v \in U$.
 - Daraus folgt direkt, dass der Nullvektor in U enthalten sein muss, denn für ein beliebiges $v \in U$ muss $0 \cdot v = 0 \in U$ gelten.

Erzeugter Untervektorraum

Sei K ein Körper und $V := K^n$ ein Vektorraum, $S \subseteq V$. Dann heißt $\langle S \rangle$ der durch S **erzeugte Unterraum** von V .

$\langle S \rangle$ enthält dabei alle Vektoren, die sich als Linearkombination der in S enthaltenen Vektoren darstellen lassen. S wird weiterhin als **Erzeugendensystem** des aufgespannten Untervektorraumes bezeichnet.

Exkurs: Vektorräume durch Abbildungen (Funktionen)

Abbildungen der Form $f: K \rightarrow K$ bilden einen ($|K|$ -dimensionalen) Vektorraum über dem Körper K . Dabei seien folgende Eigenschaften zu beachten (wir betrachten hier zwei ausgewählte Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x; g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -x$; beide Teil des Vektorraumes $Abb(\mathbb{R}, \mathbb{R})$):

- Die **Nullfunktion**, die Teil jedes UVR eines Abbildungsraumes sein muss, ist die Funktion $\mathbf{0}: x \mapsto 0$.
- $f + g$ ist definiert als $(f + g)(x) = f(x) + g(x) = x + (-x) = 0 = \mathbf{0}(x)$.
- $a \cdot f$ ist definiert als $(a \cdot f)(x) = a \cdot f(x) = a \cdot x$.