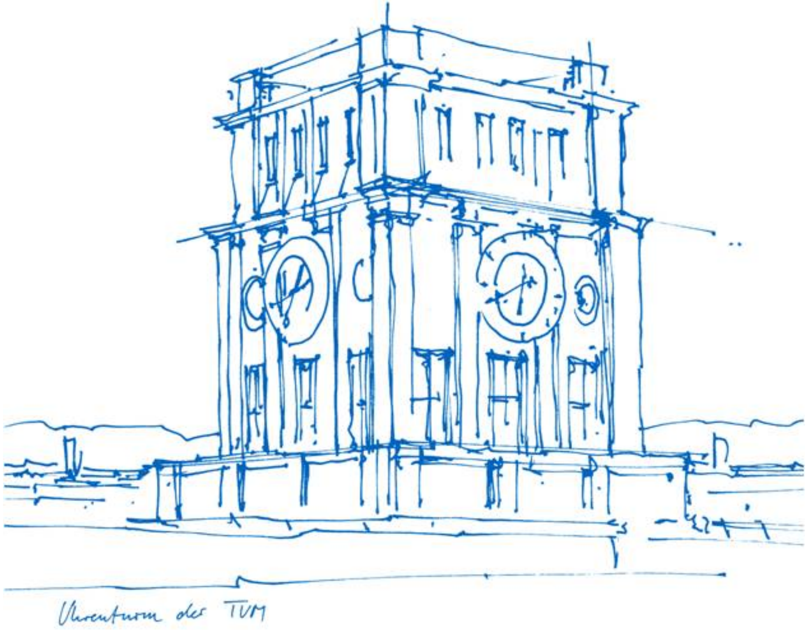
Lineare Algebra für Informatiker – Tutorium KW 16

Jeremias Bohn

Technische Universität München

Fakultät für Mathematik

Garching, 15./16. April 2021



Organisatorisches

- Tutorium im Zeitslot 16 – 18 Uhr
  - Genaue Zeiten:
    - Donnerstag: 16:00 – 17:30 Uhr
    - Freitag: 16:00 – 17:30 Uhr
- Materialien auf https://jeremias-bohn.de/la/21/
- Kontakt:
  - Formular auf Website (https://jeremias-bohn.de)
  - via Mail (jeremias.bohn@tum.de)
  - via Telegram (s. Website)
  - RocketChat (Link auf Moodle)
- Übungsblätter auf Moodle
  - Werden in der Übung bearbeitet
- Hausaufgabenblätter freiwillig, aber empfohlen
  - Abgabe bis Dienstag der folgenden Woche für Korrektur
  - **KEIN** Notenbonus
- Zu Beginn jeder Übung: Kurzes Quiz (s. nachfolgende Slide)

Quiz

https://jeremias-bohn.de/la/21/quiz/?quizid=39389156

Matrix-Addition

Zwei Matrizen A, B können genau dann addiert werden $(A + B)$, wenn $A, B \in K^{m \times n}$ sind, K sei ein beliebiger Körper. A und B müssen also die gleichen Dimensionen haben.

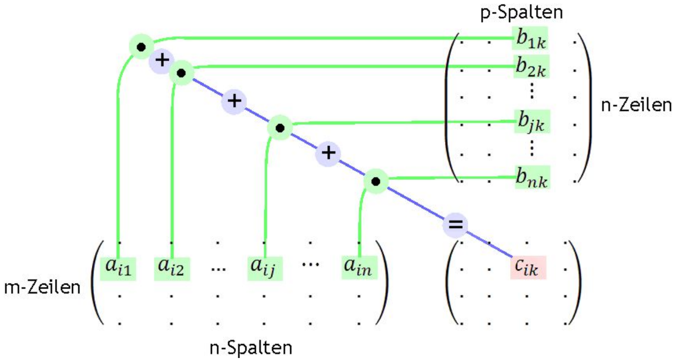
- Bei der Addition werden die Einträge der jeweils gleichen Stelle simpel aufaddiert

Matrix-Multiplikation

Zwei Matrizen A, B können genau dann miteinander multipliziert werden ($A \cdot B$), wenn $A \in K^{m \times n}$ und $B \in K^{n \times p}$ ist, K sei ein beliebiger Körper. Die Anzahl der **Spalten** von A muss also gleich der Anzahl der **Zeilen** von B sein.

➢ Folglich ist die Matrixmultiplikation also generell auch nicht kommutativ (d.h. $A \cdot B \neq B \cdot A$, oft existiert auch eines von beiden gar nicht)

Man kann die Multiplikation wie rechts stehend gut visualisieren



Transponierte Matrix

Für eine Matrix $A \in K^{m\times n}$ heißt $A^T \in K^{n\times m}$ die **transponierte Matrix**

- Beim Transponieren werden die Spalten mit den Zeilen vertauscht
- Beispiel:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \qquad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Recap: Körper

Ein Körper besteht aus einer Menge K und zwei Operatoren, einem additiven ("$+$") und einem multiplikativen ("$\cdot$"), für die folgende Eigenschaften gelten:

- $(K, +)$ und $(K \backslash \{0\}, \ \cdot)$ bilden jeweils eine **abelsche Gruppe** (mit neutralen Elementen 0 bzw. 1), d.h.:
  - Es gelten für die Operationen jeweils Kommutativität und Assoziativität
  - Es gibt ein neutrales Element und für jedes Element ein Inverses bezüglich der Operation
- Es gelten die Distributivgesetze

Recap: Adjazenzmatrix

Die Adjazenzmatrix $A \in \mathbb{Q}^{n \times n}$ sollte bereits aus Diskrete Strukturen (IN0015) bekannt sein. Sie beschreibt einen Graphen $G = (V, E)$ mit $|\mathrm{V}| = n$ Knoten wie folgt:

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, (i, j) \notin E \\ 1, (i, j) \in E \end{cases},$$

wobei a_{ij} den Eintrag der i-ten Zeile und j-ten Spalte der Matrix A bezeichnet