

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 5 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 10 & -2 & 4 \\ -1 & 2 & 2 & -2 & -3 \\ 2 & -4 & -7 & 5 & 5 \end{array} \right) \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \cdot (-2) \\ \cdot (-1) \end{array} \right] \\ \cdot 2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 5 \end{array} \right) \begin{array}{l} 1 \cdot \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} + \end{array} \right] \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \updownarrow \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \cdot (-1) \\ \cdot (-\frac{1}{3}) \\ \left[\begin{array}{l} \cdot (-1) \end{array} \right] \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot (-2) \end{array} \right] \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4$

$$\mathcal{L} = \left\{ \begin{pmatrix} 1+2\lambda \\ \lambda \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

$$x_2 = \lambda \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$x_1 - 2x_2 = 1$$

$$x_1 = 1 + 2x_2 = 1 + 2\lambda$$

T5)

Typ I:

$$E_I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ \vdots & & 1 & \\ & 0 & \vdots & 1 & \dots & 0 \\ & & 1 & & 0 & \\ & & & & & 0 & \\ 0 & & & & & & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} i\epsilon & j\epsilon \\ \downarrow & \\ & 0 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{matrix} \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \begin{matrix} \leftarrow i\text{-th } z_i\epsilon \\ \leftarrow j\text{-th } z_i\epsilon \end{matrix}$$

Typ II:

$$E_{II} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & s & \\ & & & \ddots \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \quad s \in K$$

Typ III:

$$E_{III} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & \downarrow & & \\ & & \ddots & \\ & & & s \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} i\text{-ten} \\ \\ \\ \\ \\ j\text{-ten} \end{matrix} \quad s \in K$$

→ Typ-Operation einfach auf I_n ausführen

$(E_1, \dots, E_n)$ ist Sequenz von elementaren Zeilenoperationen

→ für jede dieser Operationen gibt es eine zugehörige Matrix

$$E_n \cdot \dots \cdot E_2 \cdot E_1 \cdot A \quad \rightarrow \quad W = E_n \cdot \dots \cdot E_1$$

$$\underline{W \cdot A = R} \quad \exists W^{-1} : W \cdot W^{-1} = \underline{I_n}$$

$$\underline{A \cdot x = b}$$

$$\underbrace{W^{-1} \cdot W \cdot A}_{I_n} = \underbrace{W^{-1} \cdot R}_A$$

$$\Rightarrow \text{Einsetzen: } \underline{W^{-1} \cdot R \cdot x = b}$$

$$W \cdot \underbrace{W^{-1} \cdot R \cdot x}_{I_n} = W \cdot \underline{b}$$

$$\Rightarrow \underline{R \cdot x = W \cdot b}$$