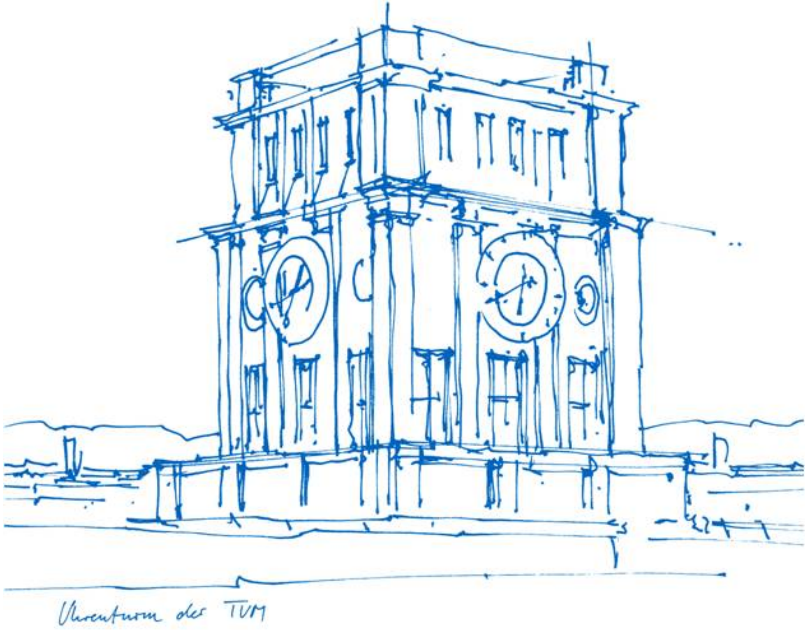
Lineare Algebra für Informatiker – Tutorium KW 24

Jeremias Bohn

Technische Universität München

Fakultät für Mathematik

Garching, 08. Juni 2020



Hausaufgabenbesprechung

- H 16: Wenn ihr das lineare Gleichungssystem $U - W = 0$ berechnet, bekommt ihr als Lösung Koeffizienten für die Vektoren aus U und W, sodass ein Vektor in beiden liegt! Das ist noch keine Lösung, ihr müsst diese noch mit den Vektoren der Basen multiplizieren!
- H 18b): Berechnet für ein effizientes Vorgehen den Parity Check und überprüft dann für mögliche Fehlervektoren, statt alle Codewörter zu berechnen und nachzuschauen!
- H 18c): Hier hättet ihr euch eigentlich mit dem Satz aus T 15 eine Lösung erzeugen sollen (in jedem Falle muss eure Lösung aber begründet sein!)

Inverses einer Matrix

Eine quadratische Matrix $\mathrm{A} \in K^{n \times n}$ ist invertierbar, falls es eine Matrix $\mathrm{B} \in K^{n \times n}$ gibt, sodass

$$A \cdot B = I_n$$

gilt. B wird dann auch als A^{-1} bezeichnet. Damit A invertierbar ist, muss $rang(A) = n$ gelten!

Verfahren zur Bestimmung des Inversen:

Stelle $(A \mid I_n)$ auf und führe diese in die reduzierte Stufenform (d.h. für ein A mit Rang n in die Identitätsmatrix auf der linken Seite) über. Die Matrix auf der rechten Seite entspricht dann dem Inversen A^{-1}.

Darstellungsmatrix

Sei $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ Basis von V und $C = \{c_1, \dots, c_m\}$ Basis von W, außerdem ist

$$\varphi: V \to W, \qquad \varphi(b_i) = \sum_{j=1}^{m} a_{j,i} c_j \ \ \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

Dann nennen wir $D_{C,B}(\varphi) := \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$ die Darstellungsmatrix bezüglich der Basen B und C.

Vorsicht mit der Notation! $D_{C,B}(\varphi)$ ist die Darstellungsmatrix des Outputs bezüglich C, wenn der Input bezogen auf B war!

Ausblick: Determinante

Die Determinante gibt an, wie eine lineare Abbildung die Inputvektoren verzerrt (https://www.youtube.com/watch?v=YQXx5VHbNp0 zeigt das ganz gut).

Für eine lineare Abbildung gegeben durch $A \in K^{n \times n}$, deren Rang $< n$ ist, ist die Determinante 0.

Für eine Abbildung $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in K^{2 \times 2}$ gilt $\det(A) = ad - bc$. Weitere Regeln für Determinanten kommen in der folgenden Woche.