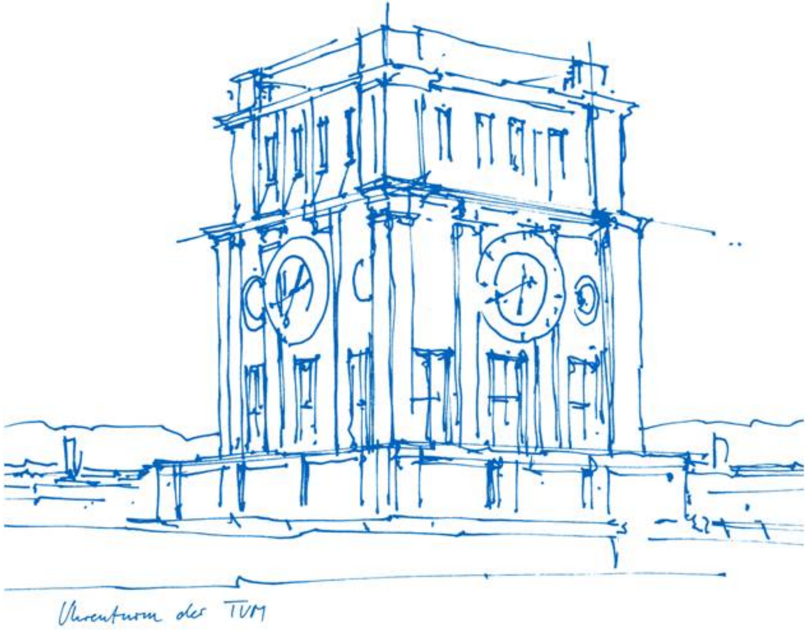
Lineare Algebra für Informatiker – Tutorium KW 18

Jeremias Bohn

Technische Universität München

Fakultät für Mathematik

Garching, 27. April 2020



Organisatorisches

- Wie schon angekündigt: Bitte schaut euch die Videos zur Vorlesung und der Übung jeweils VOR dem offiziellen Zeitslot an
  - Arbeitet bei den Übungsvideos bitte mit! Nehmt euch Papier und Stift und rechnet die Aufgaben selbst
- Fragen können auf RocketChat bzw. (bevorzugt) auf Telegram gestellt werden, ich werde vermutlich auch ein anonymes Q&A auf meiner Website (https://jeremias-bohn.de/) hosten, genaueres dazu später
- Eure Vorschläge sind wichtig! Sagt mir, wie ich das Tutorium dieses Semester gestalten kann, damit es für euch am effektivsten ist!
- Ihr könnt mich jederzeit über meine Website und meine E-Mailadresse (jeremias.bohn@tum.de) kontaktieren!

Matrix-Addition

Zwei Matrizen A, B können genau dann addiert werden $(A + B)$, wenn $A, B \in K^{m \times n}$ sind, K sei ein beliebiger Körper. A und B müssen also die gleichen Dimensionen haben.

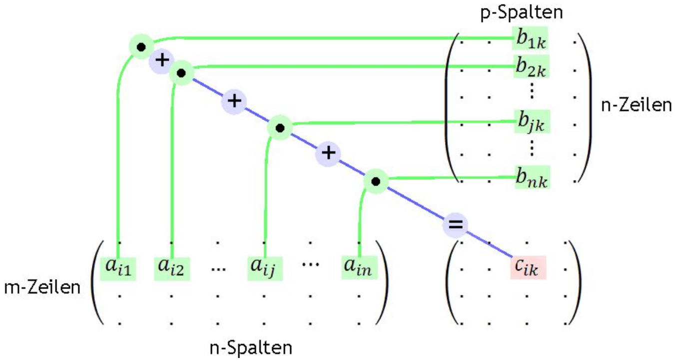
- Bei der Addition werden die Einträge der jeweils gleichen Stelle simpel aufaddiert

Matrix-Multiplikation

Zwei Matrizen A, B können genau dann miteinander multipliziert werden $(A \cdot B)$, wenn $A \in K^{m \times n}$ und $B \in K^{n \times p}$ ist, K sei ein beliebiger Körper. Die Anzahl der **Spalten** von A muss also gleich der Anzahl der **Zeilen** von B sein.

- Folglich ist die Matrixmultiplikation also generell auch nicht kommutativ (d.h. $A \cdot B \neq B \cdot A$, oft existiert auch eines von beiden gar nicht)

Man kann die Multiplikation wie rechts stehend gut visualisieren



Transponierte Matrix

Für eine Matrix $A \in K^{m \times n}$ heißt $A^T \in K^{n \times m}$ die **transponierte Matrix**

- Beim Transponieren werden die Spalten mit den Zeilen vertauscht
- Beispiel:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \qquad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Recap: Körper

Ein Körper besteht aus einer Menge K und zwei Operatoren, einem additiven ("$+$") und einem multiplikativen ("$\cdot$"), für die folgende Eigenschaften gelten:

- $(K, +)$ und $(K \backslash \{0\}, \ \cdot)$ bilden jeweils eine **abelsche Gruppe** (mit neutralen Elementen 0 bzw. 1), d.h.:
  - Es gelten für die Operationen jeweils Kommutativität und Assoziativität
  - Es gibt ein neutrales Element und für jedes Element ein Inverses bezüglich der Operation
- Es gelten die Distributivgesetze

Recap: Adjazenzmatrix

Die Adjazenzmatrix $A \in \mathbb{Q}^{n \times n}$ sollte bereits aus Diskrete Strukturen (IN0015) bekannt sein. Sie beschreibt einen Graphen $G = (V, E)$ mit $|\mathrm{V}| = n$ Knoten wie folgt:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0, (i,j) \notin E \\ 1, (i,j) \in E \end{cases},$$

wobei $a_{i,j}$ den Eintrag der i-ten Zeile und j-ten Spalte der Matrix A bezeichnet