

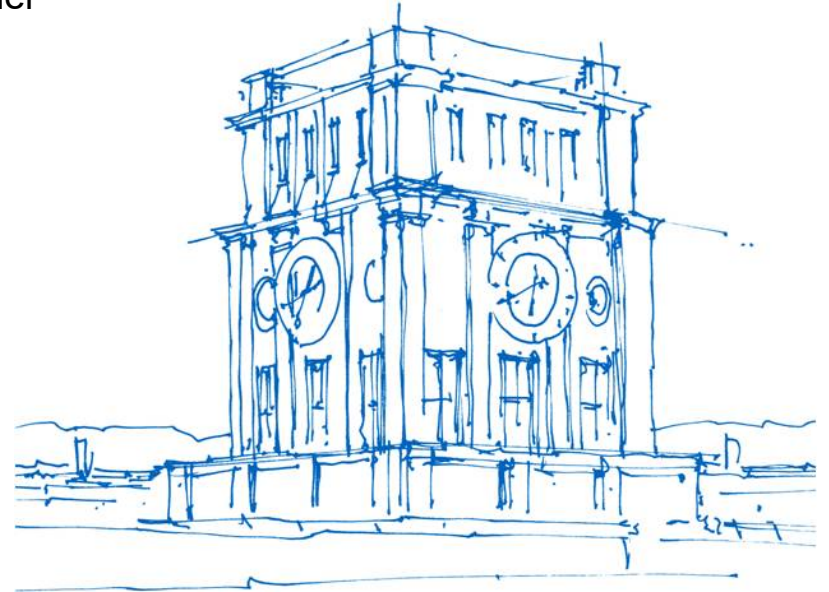
Diskrete Strukturen – Tutorium KW 05

Jeremias Bohn, Evghenii Beriozchin/Manuela Poschenrieder

Technische Universität München

Fakultät für Informatik

Garching, 28./29. Januar 2021



Uhrenturm der TUM

Urnenmodell

Ziehe k Bälle aus einer Urne, die mit n Bällen gefüllt ist – wie viele mögliche Kombinationen gibt es?

- Mit Zurücklegen und unter Beachtung der Reihenfolge: $n \cdot n \cdot \dots \cdot n = n^k$ Möglichkeiten
- Ohne Zurücklegen und unter Beachtung der Reihenfolge: $n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1) = \frac{n!}{(n-k)!}$
- Ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge: $\frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \binom{n}{k}$
- Mit Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge: $\binom{n + k - 1}{k}$
- Füge $k - 1$ „Referenzbälle“ hinzu, die auf andere gezogene Bälle „zeigen“

Rechenregeln: Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \cdot \binom{n-1}{k-1}$$

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$

$$\binom{m+n}{k} = \sum_{i=0}^k \binom{m}{i} \binom{n}{k-i}$$

$$\binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{n}{1} = n$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k = 0$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

Pascal'sches Dreieck

				1																
				1		1														
				1		2		1												
				1		3		3		1										
				1		4		6		4		1								
				1		5		10		10		5		1						
				1		6		15		20		15		6		1				
				1		7		21		35		35		21		7		1		
				1		8		28		56		70		56		28		8		1

Binomialkoeffizient und Polynome

Sei $p(x) = (\sum_{v \in V} v)^{n_0}$ ein Polynom, wobei V eine Menge von Variablen ist. Dann gilt

$$p(x) = \sum_{\{(n_i \in \mathbb{N}_0)_{i \in [|V|]} \mid \forall i: n_{i-1} > n_i, n_{|V|} = 0\}} \prod_{i=1}^{|V|} \binom{n_{i-1}}{n_i} (v_i)^{n_{i-1} - n_i}$$

Beispiele für fixierte V :

$$(x + y)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} x^{n-i} y^i, \quad (x + y + z)^n = \sum_{(i,j) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0: n > i > j} \binom{n}{i} \binom{i}{j} x^{n-i} y^{i-j} z^j$$