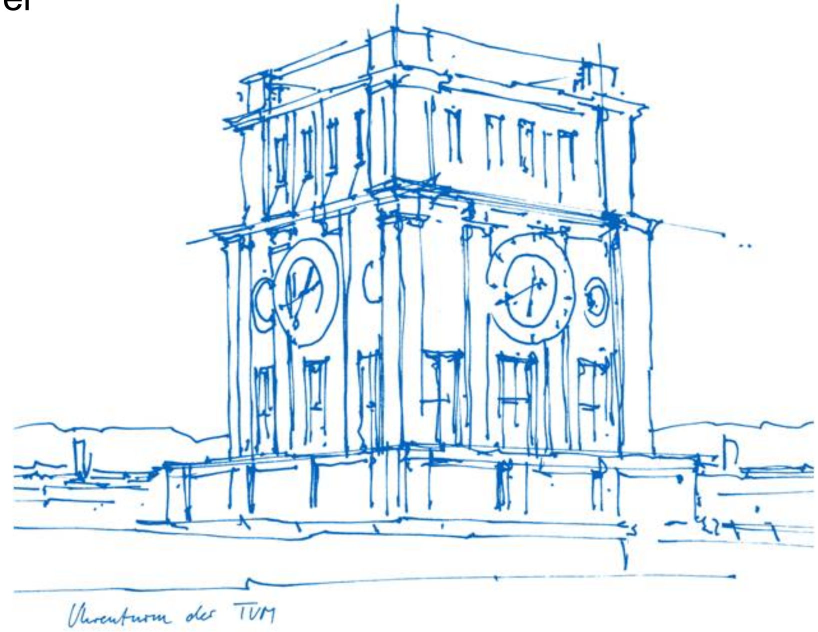
Diskrete Strukturen – Tutorium KW 02

Jeremias Bohn, Evghenii Beriozchin/Manuela Poschenrieder

Technische Universität München

Fakultät für Informatik

Garching, 07./08. Januar 2021



Matching nach Gale-Shapley

Der Gale-Shapley-Algorithmus ist einer der bekanntesten Matchingalgorithmen

- **Stabiler** Matchingalgorithmus
- Wird z.B. (in angepasster Variante) beim Seminar-/Praktikumsmatching der Informatikfakultät verwendet

Anwendung:

- Gegeben sind zwei Mengen A, B und für jedes $a \in A$ bzw. $b \in B$ existiert eine **Präferenzrelation** über die Elemente von B bzw. A
- Wir optimieren für die Menge A, indem wir iterativ jedem Element seine höchstmögliche Präferenz zuweisen. Bei einer Kollision beachten wir die Präferenzen des Elementes aus $b' \in B$
  - Wird das derzeitige Element aus A von b' präferiert, wird es dem derzeitigen Element zugewiesen, die andere Verbindung aufgelöst
  - Wird das vorherige Element aus A präferiert, versuchen wir, das nächstniedrigere Element zuzuweisen

Adjazenzmatrizen und Random-Surfer-Modell

Eine Adjazenzmatrix A_G beschreibt die Kanten eines gerichteten Graphen G:

$$A_G \coloneqq \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & \cdots & a_{n,n} \end{pmatrix}$$

- Es gilt $a_{x,y} = 1$, falls es eine Kante vom Knoten x nach y gibt, ansonsten ist $a_{x,y} = 0$

Die Übergangsmatrix P_G beschreibt die Wahrscheinlichkeit, mit der wir von einem Knoten zum anderen wechseln

- Für ungewichtete Graphen gilt $p_{x,y} = \frac{1}{|\{(x, v_i) \in E \mid v_i \in V\}|}$, falls es eine Kante vom Knoten x nach y gibt, sonst $p_{x,y} = 0$

Die Matrix $Q \coloneqq \frac{1}{T+1} \sum_{k=0}^{T} P_G{}^k$ beschreibt mit $q_{x,y}$ die durchschnittliche prozentuale Besuchszeit des Knotens y, wenn wir bei Knoten x starten

Aussagenlogik: Vokabular

Logische Operatoren:

- $\wedge$: Konjunktion, logisches „Und“
- $\vee$: Disjunktion, logisches „Oder“
- $\rightarrow$: Implikation, „wenn x wahr ist, dann muss y gelten“ **Vorsicht:** Wenn x falsch ist, ist die Aussage automatisch wahr!
- $\neg$: Negation, logisches „Nicht“
- $\leftrightarrow$: Bikonditional, logisches „Genau dann, wenn“, $x \leftrightarrow y \equiv (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$
- $\oplus$: Exklusives Oder (XOR), „entweder x oder y“, $x \oplus y \equiv (x \vee y) \wedge (\neg x \vee \neg y)$

Wahrheitskonstanten:

true, false

Aussagenvariablen:

i.d.R. startend mit p und alphabetisch aufsteigend

Aussagenlogik: Erfüllbarkeit, Gültigkeit und Widerspruch

Erfüllbarkeit:

Eine Formel F ist genau dann erfüllbar, wenn eine passende Belegung β existiert, sodass $[F](\beta)$ wahr ist

Gültigkeit:

Eine Formel F ist genau dann gültig, wenn für alle passenden Belegung β gilt, dass $[F](\beta)$ wahr ist

Widerspruch:

Eine Formel F ist genau dann widersprüchlich, wenn für alle passenden Belegung β gilt, dass $[F](\beta)$ falsch ist

Aussagenlogik: KNF und DNF

Eine aussagenlogische Formel kann in zwei **Normalformen** umgewandelt werden:

Konjunktive Normalform (KNF):

$$F = \bigwedge_{i=1}^{m} \left(\bigvee_{j=1}^{m_i} L_{i,j} \right)$$

Disjunktive Normalform (DNF):

$$F = \bigvee_{i=1}^{m} \left(\bigwedge_{j=1}^{m_i} L_{i,j} \right)$$

$L_{i,j}$ steht hier für ein beliebiges **Literal**

$\bigvee_{j=1}^{m_i} L_{i,j}$ bzw. $\bigwedge_{j=1}^{m_i} L_{i,j}$ werden **Klauseln** genannt