6) Übung

Donnerstag, 17. Dezember 2020 17:47

1) Aufgabe

a) Handshake

$|E| = \frac{1}{2} \sum \deg(v) \geq \frac{1}{2} \cdot (|V| \cdot 4) = 2|V|$

b) fixiere u beliebig

$\Rightarrow \deg(u) \geq 4 \Rightarrow |\Gamma(u)| \geq 4$

$\Rightarrow \exists v : u \neq v \quad \{u,v\} \in E$

Jetzt: $|\Gamma(u) \setminus \{v\}| \geq 3$

$\Rightarrow \exists x : u \neq x$ und $\{u,x\} \in E$

für: $|\Gamma(x)| \geq 4$

Falls $v \in \Gamma(x)$: $|\Gamma(x) \setminus \{v\}| \geq 3 \Rightarrow \exists y: y \neq x, y \neq u$ und $\{x,y\} \in E$

sonst: keine Überschneidung $\Rightarrow$ -||-

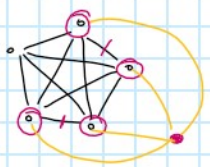
c) I-Basis: $n = 5 \Rightarrow K_5$

I-Schritt: Sei $n \in \mathbb{N}, n \geq 5$ beliebig fixiert

I-Annahme:

I-Behauptung: $n \mapsto n+1$

Beweis: siehe b)



Wir nehmen $\{u,v\}, \{x,y\}$

$E' = (E \setminus \{u,v\} \cup \{x,y\}) \cup (\{u,n+1\}, \{v,n+1\}, \{x,n+1\}, \{y,n+1\})$

$V' = V \cup \{n+1\}$

2) Aufgabe

a) $(1,3,3,3,4,4)$ Satz von Kuratowski

G kann K_5 nicht beinhalten weil wenn zwei Kanten kontrahiert werden trotzdem noch Grade nicht ausreichen

-||- $K_{3,3}$ -||- wegen $\deg(v) = 1$

b) $(2,2,3,3,4,4)$ $\Rightarrow$ alle zshgd.

v mit deg 4 muss mit 4 verbunden werden

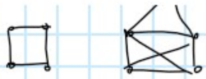
$\Rightarrow$ ein v mit $\deg(v) \geq 2$ bleibt übrig

$\Rightarrow$ muss mit anderen verbunden werden

c) $(\underbrace{2,2,2,2}_{C_4}, \boxed{2,3,3,4,4})$

Haus vom Nikolaus $\Rightarrow$ nicht zshgd

$\Rightarrow$ keine E-Tour



↯

d) $(1,1,1,1,1,2,3)$

Baum: $|E| \doteq |V| - 1$

$|V| = 7$ $\quad |E| \neq |V| - 1$

$|E| = 5$ $\quad \Rightarrow$ kein Baum

3) Aufgabe

=> Wenn G in Menge A & B unterteilt wird => $|A| \neq |B|$

=> es kann kein H-Kreis existieren

Allgemein: bei $K_{m,n}$ muss gelten $m=n$

Graph hier Teilgraph von $K_{5,6}$

[Wenn man Kanten hinzufügt, ändert das nichts am H-Kreis]

4) Aufgabe

$|V| = n$ $\quad \max |E| = ?$

Sei $V = [n]$

v_1 in eine Zshgsk. $\underbrace{\text{und } v_2 - v_n \text{ in die andere}}_{\Rightarrow (n-1) \text{ Knoten}}$

$$K_{(n-1)} = \sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n-1)\cdot(n-2)}{2}$$

Gauß!