9.4) a)

$F = \{\{A,B\}, \{\neg A, \neg B\}\}$

$C_1 = \{A,B\}$, $C_2 = \{\neg A, \neg B\}$

$L_1 = A$, $L_2 = B$

$R = (C_1 \setminus \{A,B\}) \cup (C_2 \setminus \{\neg A, \neg B\})$

$\emptyset \cup \emptyset \equiv \emptyset$

$F \cup \{\emptyset\} = \{\{A,B\}, \{\neg A, \neg B\}, \emptyset\}$ $\leftarrow$ unerfüllbar

F ist erfüllbar: $\beta(A) = 1$, $\beta(B) = 0$

$\rightarrow \beta$ ist erfüllende Belegung

$\Rightarrow F \not\equiv F \cup \{R\}$

b) Sei β erfüllende Belegung von F

$\rightarrow \beta(L) = 1$ ✓

$\rightarrow \beta(L) = 0$

$\rightarrow \beta' = \beta$, nur $\beta'(L) = 1$

$F = \bigcup_{i \in K_F} \{C_i\}$ $\rightarrow [F](\beta') = 1$, dann gilt

$[C_i](\beta') = 1 \ \forall C_i \in K_F$

$\rightarrow L \notin C_i$: $[C_i](\beta') = 1$ $\rightarrow$ kein Unterschied zu β

$\rightarrow L \in C_i$: $[C_i](\beta') = 1$ $\rightarrow$ unter β war bereits min. ein Literal true, jetzt sind min. 2 true

$\Rightarrow \neg L$ kann nicht in C_i vorkommen $\Rightarrow \beta'$ ist erfüllende Belegung für F

Aufgabe 9.2

Gegeben ist die folgende aussagenlogische Formel F in den Variablen p, r, w, y in Klauselmengendarstellung:

$$\{\{p, \neg w\}, \{p, y\}, \{\neg p, \neg r, \neg w, y\}, \{r\}, \{\neg r, w, \neg y\}, \{w, y\}, \{\neg w, \neg y\}\}$$

Protokollieren Sie den Verlauf des DPLL-Algorithmus angewandt auf F entsprechend der Vorlesung als Graph über den betrachteten Klauselmengen.

Kennzeichnen Sie jede Kante mit der angewandten Regel (OLR vor PLR vor Fallunterscheidung).

Sollten für eine Regel mehrere Literale in Frage kommen, dann muss das Literal mit der lexikographisch niedrigsten Variable gewählt werden.

Weiterhin muss bei einer Fallunterscheidung zunächst geprüft werden, ob die gewählte Variable auf **true** gesetzt werden kann.

$$\{\{p, \neg w\}, \{p, y\}, \{\neg p, \neg r, \neg w, y\}, \{r\}, \{\neg r, w, \neg y\}, \{w, y\}, \{\neg w, \neg y\}\}$$

$$\Big\downarrow \text{ OLR } r$$

$$\{\{p, \neg w\}, \{p, y\}, \{\neg p, \neg w, y\}, \{w, \neg y\}, \{w, y\}, \{\neg w, \neg y\}\}$$

$\swarrow$ $p = \text{true}$ $\qquad\qquad$ $\searrow$ $p = \text{false}$

$p = \text{true}$:

$$\{\{\neg w, y\}, \{w, \neg y\}, \{w, y\}, \{\neg w, \neg y\}\}$$

$\swarrow$ $w = \text{true}$ $\qquad\qquad$ $\searrow$ $w = \text{false}$

$w = \text{true}$:

$$\{\{y\}, \{\neg y\}\} \xrightarrow{\text{OLR } y} \{\{\}\}$$

$w = \text{false}$:

$$\{\{y\}, \{\neg y\}\} \xrightarrow{\text{OLR } y} \{\{\}\}$$

$p = \text{false}$:

$$\{\{\neg w\}, \{y\}, \{w, \neg y\}, \{w, y\}, \{\neg w, \neg y\}\}$$

$$\Big\downarrow \text{ OLR } \neg w$$

$$\{\{y\}, \{\neg y\}\}$$

$$\Big\downarrow \text{ OLR } y$$

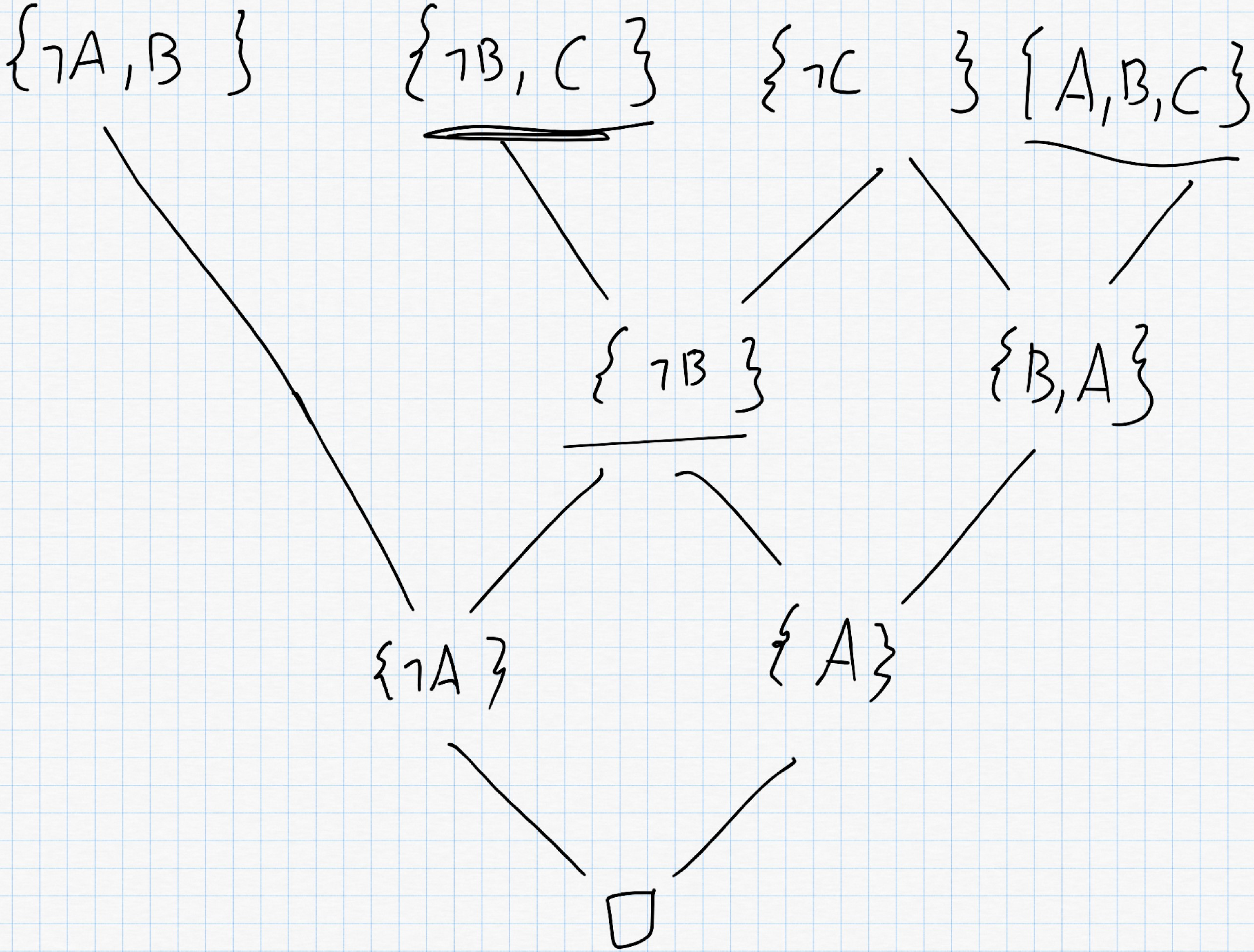
$$\{\{\}\}$$

Aufgabe 9.3

Gegeben ist die folgende aussagenlogische Formel F in den Variablen s, t, u, x in Klauselmengendarstellung:

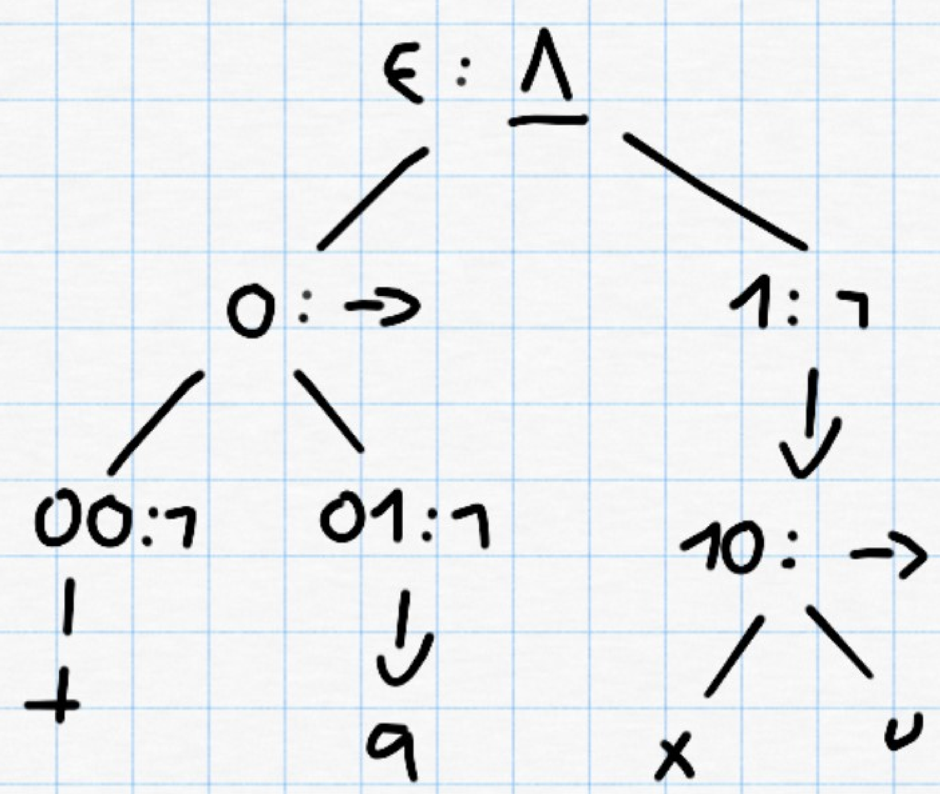
$$\{\{s, t, \neg u\}, \{s, u\}, \{s, \neg u, x\}, \{\neg s, t, u\}, \{\neg s, t, \neg u\}, \{\neg s, \neg u, \neg x\}, \{\neg t, u\}, \{\neg t, \neg u, x\}, \{\neg t, \neg x\}\}$$

Protokollieren Sie graphisch entsprechend den Übungen den Verlauf des Resolutions-Algorithmus angewandt auf F.



{¬A, B}
{¬B, C}
{¬C}
{A, B, C}
{¬B}
{B, A}
{¬A}
{A}
□

$(\neg t \to \neg q) \land \neg (x \to v)$



$T \land (T \leftrightarrow (T_0 \land T_1)) \land (T_0 \leftrightarrow (T_{00} \to T_{01})) \land (T_{00} \leftrightarrow \neg t) \land$
$(T_{01} \leftrightarrow \neg q) \land (T_1 \leftrightarrow \neg T_{10}) \land (T_{10} \leftrightarrow (x \to v))$

$(T \lor \neg (T_0 \land T_1)) \land (\neg T \lor (T_0 \land T_1))$
$(T \lor \neg T_0 \lor \neg T_1) \land (\neg T \lor T_0) \land (\neg T \lor T_1)$ ...

$\{\{T\}, \{T_1, \neg T\}, \{T_0, \neg T\}, \{T, \neg T_0, \neg T_1\},$
$\{T_{00}, T_0\}, \{\neg T_{00}, T_{01}, \neg T_0\}, \{\neg T_{01}, T_0\},$
$\{T_{00}, t\}, \{\neg T_{00}, \neg t\}, \{T_{01}, q\}, \{\neg T_{01}, \neg q\},$
$\{T_{10}, T_1\}, \{\neg T_{10}, \neg T_1\}, \{T_{10}, \neg v\}, \{T_{10}, x\},$
$\{\neg T_{10}, v, \neg x\}\}$