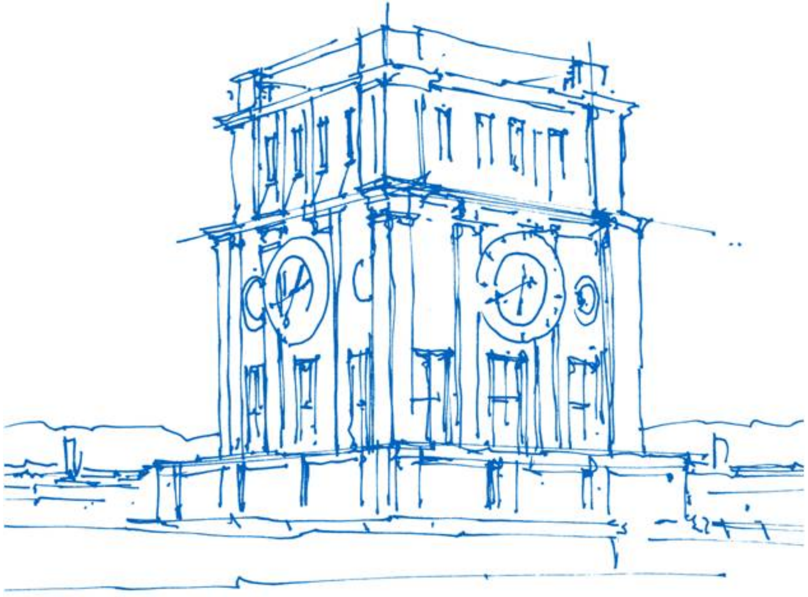
Diskrete Strukturen – Tutorium KW 50

Jeremias Bohn

Technische Universität München

Fakultät für Informatik

Garching, 10. Dezember 2019



Uhrenturm der TUM

Hausaufgabenbesprechung

- Alle Abgaben wieder da 👍
- 6.1 und 6.2:
  - Befolgt das Schema! Sonst gibt es Punkteabzug!
  - „Gilt für alle $i \in \mathbb{N}_0$: $a_{i+1} = a_i + a_{i-1} + a_{i-2}$" $\Rightarrow$ a_{-1}, a_{-2} sind undefiniert!
- 6.3:
  - Die Zwei-Zeilen-Notation ist nicht die Zyklenschreibweise!
- 6.5:
  - Keiner hat die Aufgabe geschafft...
  - Nicht verständlich?
- 6.6:
  - Rekursiver Aufbau von N wurde nicht richtig verstanden
  - Zu komplizierte Formel?

Euler-Tour

- Ein Graph enthält genau dann eine Euler-Tour, wenn es einen Pfad gibt, in dem jede Kante genau einmal (einfacher Graph) bzw. entsprechend ihrer Vielfachheit (sonst) vorkommt und Start- und Endknoten identisch sind
- Ein solcher Graph heißt auch **eulerscher Graph**
- Ein Graph hat **genau dann** eine Euler-Tour, **wenn** alle Knoten geraden Grades sind

Hamilton-Kreis

- Ein Graph enthält genau dann einen Hamilton-Kreis, wenn es einen Pfad gibt, in dem jeder Knoten (außer Start- und Endknoten) genau einmal vorkommt und Start- und Endknoten identisch sind
- Ein Graph mit $|V| \geq 3$ hat einen Hamilton-Kreis, **wenn** alle Knoten mindestens Grad $\frac{|V|}{2}$ haben
  - In anderen Worten: Ein Graph mit $|V| \geq 3$, in dem alle Knoten mindestens Grad $\frac{|V|}{2}$ haben, hat nicht zwingend einen Hamilton-Kreis!

Planare Graphen

- Ein Graph ist planar, wenn er in einer zweidimensionalen Ebene ohne Kantenüberschneidungen zeichnen kann
- Eulersche Polyederformel: Sei G ein planarer, zusammenhängender Graph und f die Anzahl der Flächen, in die der Graph G die Ebene zerlegt. Dann gilt: $f - |E| + |V| = 2$
  - Mit k max. Zusammenhangskomponenten: $f - |E| + |V| = 1 + k$
- Für jeden planaren Graphen gilt:
  - $f - |E| + |V| \geq 2$
  - $|E| \leq 3|V| - 6$, falls $|V| \geq 3$

Matching

- Ein Matching ist eine Zuordnung von Objekten einer Menge zu Objekten einer anderen Menge, wobei Präferenzrelationen in Betracht gezogen werden
  - Beispiel: Seminar- und Kurszuordnungen (PGdP, Bachelor-Praktika, etc.)
- Ein Matching ist stabil, wenn keine andere Zuordnung möglich wäre, bei der ein Objekt gemäß seiner Präferenz besser zugeordnet werden könnte, ohne ein anderes Objekt schlechter zuzuordnen

Gale-Shapely-Algorithmus („Heiratsproblem“)

- Beide Seiten (Männer und Frauen) haben pro Element eine Präferenz über alle Elemente der anderen Seite
- Männer proposen nacheinander der Frau mit der höchsten Präferenz, von der sie noch nicht zurückgewiesen wurden
    - Wenn diese Frau noch nicht verlobt ist, verlobt sie sich mit diesem Mann
    - Wenn sie bereits verlobt ist, akzeptiert sie die Verlobung, wenn der Mann höher in ihrer Präferenzordnung steht als ihr derzeitiger Verlobter und löst die andere Verlobung auf, ansonsten lehnt sie ab
- Wiederhole, bis alle Männer verlobt sind

- Der Gale-Shapley-Algorithmus bietet für die antragstellende Menge das bestmögliche stabile Matching, für die antragannehmende Menge das schlechteste