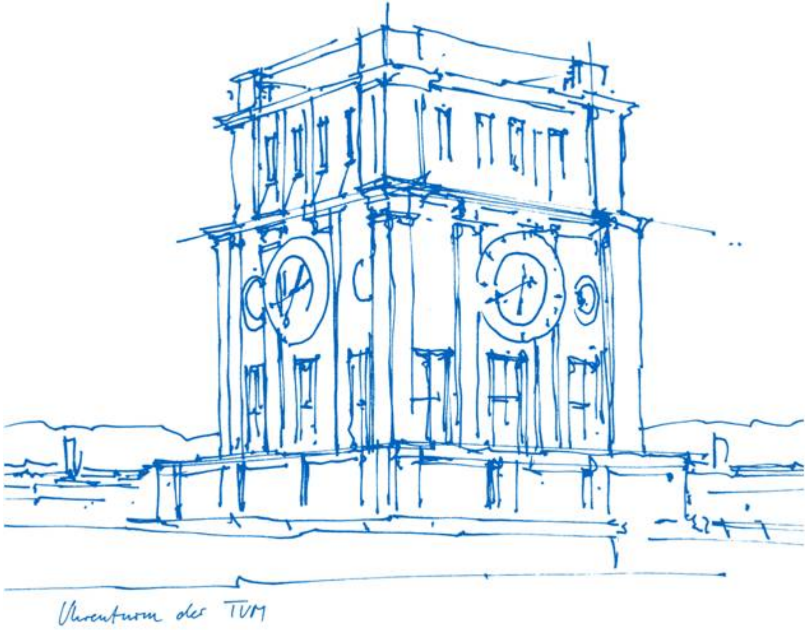
Diskrete Strukturen – Tutorium KW 48

Jeremias Bohn

Technische Universität München

Fakultät für Informatik

Garching, 26. November 2019



Hausaufgabenbesprechung

- Nur noch 5 Abgaben von 7
  - Statistisch gesehen bestehen mehr Leute die Klausur (besser), wenn sie die Hausaufgaben gemacht haben 😉
- Aufgabe 1
  - 4 der partiellen Ordnungen wurden von keinem Team gefunden!
  - Wenn ihr ein Element auslasst, dann bildet es immer noch auf sich selbst ab, d.h. ihr habt ein zusätzliches maximales und minimales Element
- Aufgabe 2
  - Die Bedingung muss immer für alle z gelten, nicht nur für ein paar ausgewählte!
- Aufgabe 5 b)
  - Gab es hier grundsätzliche Verständnisprobleme?

Selbstabbildungen und Notationen

Eine Funktion $f: A \to A$ heißt **Selbstabbildung**

- Ist f bijektiv, sprechen wir auch von einer Permutation

Wenn A endlich ist, können wir die Funktion in Zwei-Zeilen-Notation schreiben:

$$f := \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_n \\ f(a_1) & f(a_2) & f(a_3) & f(a_4) & \dots & f(a_n) \end{pmatrix}$$

Ist f zudem eine Permutation, können wir die Zyklenschreibweise nutzen. Diese ergibt sich aus der Zwei-Zeilen-Notation:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (1,3)(2)$$

Automorphismen

Für einen Graphen $G = (V, E)$ heißt eine Funktion $\alpha\colon V \to V$ Automorphismus von G, wenn gilt:

$$(u, v) \in \mathrm{E} \Leftrightarrow (\alpha(u), \alpha(v)) \in E$$

Daraus folgt, dass nach Anwendung von α auf alle Knoten die Nachbarschaft $\Gamma(v)$ für alle Knoten v noch gleich sein muss, also muss gelten:

$$\Gamma\big(\alpha(v)\big) = \{\alpha(w) \mid w \in \Gamma(v)\}$$

Informell ist ein Automorphismus also eine Funktion über den Knoten eines Graphen, die diese umbenennt ohne die eigentliche Struktur des Graphen zu ändern.

Induktionsbeweis

Die Induktion ist ein rekursiver Beweis einer Aussage und folgt einem bestimmten Muster:

- Behauptung: Die zu beweisende Aussage
- „Beweis mittels Induktion nach …“
- Induktionsbasis: Zeigen der Aussage für fixierte Werte
- Induktionsschritt: „Sei … beliebig, aber fest“
    - Induktionsannahme: „Für das fixierte … gilt:“ Induktionsbehauptung
    - Induktionsbehauptung: „Für das fixierte … gilt:“ Induktionsbehauptung, aber für den Nachfolger
    - Beweis der Induktionsbehauptung: Umformen, sodass sich eine Seite der Induktionsannahme im Term findet, die dann mit der anderen Seite der Induktionsannahme ersetzt werden kann, weiter umformen, bis Gleichheit der beiden Seiten der Induktionsbehauptung gezeigt ist

Goldener Schnitt

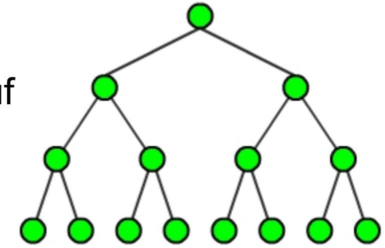
Der Goldene Schnitt ist definiert als $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Besondere Eigenschaften des goldenen Schnittes:

- $\Psi = (-\Phi)^{-1} = \frac{1}{-\Phi} = \frac{-2}{1+\sqrt{5}} = \frac{-2(1-\sqrt{5})}{1-5} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$
- $\Phi^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} = 1 + \Phi$
- Analog $\Psi^2 = 1 + \Psi$

Binär- und Ternärbäume

- Binär- und Ternärbäume sind wichtige Datenstrukturen (siehe IN0007 Grundlagen: Algorithmen und Datenstrukturen)
- In einem perfekten (bzw. vollständigen) Binärbaum hat jeder Knoten, bis auf die Blätter, 2 Kinderknoten und jeder Knoten, bis auf die Wurzel, einen Elternknoten (siehe Abbildung)



- Analog dazu funktioniert der Ternärbaum mit 3 Kinderknoten
- Der perfekte Binärbaum hat 2^h Blätter (h entspricht der Höhe) und $2^{h+1} - 1$ Knoten (lässt sich induktiv beweisen!)